

Capítulo 1

Introdução

1.1 GRANDEZAS ELÉTRICAS E UNIDADES DO SI

O Sistema Internacional de Unidades (SI) será utilizado ao longo de todo este livro. Quatro grandezas básicas e suas unidades do SI estão listadas na Tabela 1-1. As outras três grandezas básicas (não incluídas na tabela) e suas correspondentes unidades do SI são a temperatura em Kelvin (K), a quantidade de substância em moles (mol) e a intensidade luminosa em candelas (cd).

Todas as outras unidades podem ser derivadas dessas sete unidades básicas. As grandezas elétricas e os seus símbolos frequentemente utilizados em análise de circuitos elétricos estão listados na Tabela 1-2.

Duas grandezas suplementares são o ângulo plano (também chamado de ângulo de fase em análise de circuitos elétricos) e o ângulo sólido. Suas unidades correspondentes do SI são o radiano (rad) e o esterradiano (sr), respectivamente.

Graus são quase universalmente utilizados para os ângulos de fase em funções senoidais, por exemplo, $\sin(\omega t + 30^\circ)$. Uma vez que ωt está em radianos, esse é um caso de unidades mistas.

Os múltiplos ou submúltiplos decimais das unidades do SI devem ser utilizados sempre que possível. Os símbolos apresentados na Tabela 1-3 são prefixos para os símbolos de unidade das Tabelas 1-1 e 1-2. Por exemplo, mV é utilizado para milivolt, 10^{-3} V, e MW para megawatt, 10^6 W.

Tabela 1-1

Grandeza	Símbolo	Unidade do SI	Abreviação
comprimento	L, l	metro	m
massa	M, m	quilograma	kg
tempo	T, t	segundo	s
corrente	I, i	ampere	A

Tabela 1-2

Grandeza	Símbolo	Unidade do SI	Abreviação
carga elétrica	Q, q	coulomb	C
potencial elétrico	V, v	volt	V
resistência	R	ohm	W
condutância	G	siemens	S
indutância	L	henry	H
capacitância	C	farad	F
frequência	f	hertz	Hz
força	F, f	newton	N
energia, trabalho	W, w	joule	J
potência	P, p	watt	W
fluxo magnético	ϕ	weber	Wb
densidade de fluxo magnético	B	tesla	T

Tabela 1-3

Prefixo	Fator	Símbolo
pico	10^{-12}	p
nano	10^{-9}	n
micro	10^{-6}	μ
mili	10^{-3}	m
centi	10^{-2}	c
deci	10^{-1}	d
kilo	10^3	k
mega	10^6	M
giga	10^9	G
tera	10^{12}	T

1.2 FORÇA, TRABALHO E POTÊNCIA

As unidades derivadas seguem as expressões matemáticas que relacionam as grandezas. Por exemplo, de “Força é igual a massa vezes aceleração”, o *newton* (N) é definido como a força de desequilíbrio que produz uma aceleração de 1 metro por segundo quadrado para uma massa de 1 quilograma. Desse modo, $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

O trabalho é resultado de uma força que age ao longo de uma distância. Um *joule* de trabalho é equivalente a um *newton-metro*: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$. Trabalho e energia têm as mesmas unidades.

A potência é a taxa na qual o trabalho é realizado ou a taxa na qual a energia é transformada de uma forma para outra. A unidade de potência, o *watt* (W), corresponde a joule por segundo (J/s).

Exemplo 1.1 Em um movimento retilíneo simples, uma massa de 10 kg recebe uma aceleração constante de $2,0 \text{ m/s}^2$. (a) Encontre a força F aplicada à massa. (b) Se o corpo estava em repouso em $t = 0$, $x = 0$, encontre a posição, a energia cinética e a potência para $t = 4 \text{ s}$.

$$(a) \quad F = ma = (10 \text{ kg})(2,0 \text{ m/s}^2) = 20,0 \text{ kg m/s}^2 = 20,0 \text{ N}$$

$$(b) \text{ Em } t = 4 \text{ s}, \quad x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} (2,0 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})^2 = 16,0 \text{ m}$$

$$\text{KE} = Fx = (20,0 \text{ N})(16,0 \text{ m}) = 320 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,32 \text{ kJ}$$

$$P = \text{KE}/t = 0,32 \text{ kJ}/4\text{s} = 0,08 \text{ kJ/s} = 0,08 \text{ kW}$$

1.3 CARGA ELÉTRICA E CORRENTE

A unidade de corrente, o *ampere* (A), é definida, segundo o SI, como a intensidade de uma corrente elétrica constante que, se mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito, de seção circular desprezível e situados à distância de 1 metro entre si, no vácuo, produz entre esses condutores uma força igual a 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento. Por outro lado, uma definição mais prática, e mais útil na análise de circuitos, é que a corrente elétrica é resultado de cargas em movimento, sendo que 1 ampere é equivalente a 1 coulomb de carga atravessando uma superfície fixa em 1 segundo. Assim, em termos de funções variáveis no tempo, $i(\text{A}) = dq/dt(\text{C/s})$. A unidade derivada de carga, o *coulomb* (C), é equivalente a um ampere-segundo.

As cargas em movimento podem ser positivas ou negativas. Íons positivos movendo-se para a esquerda em um líquido ou plasma, como indicado na Figura 1-1(a), produzem uma corrente i , também direcionada para a esquerda. Se esses íons atravessarem a superfície plana S a uma taxa de *um coulomb por segundo*, então, a corrente resultante é de 1 ampere. O movimento de íons para a direita, como mostrado na Figura 1-1(b), também produz uma corrente direcionada para a esquerda.

A corrente em condutores metálicos que ocorre por meio do movimento dos elétrons que ocupam a camada mais externa da estrutura atômica é de maior importância na análise de circuitos elétricos. Em cobre, por exemplo, um elétron na camada mais externa está apenas fracamente ligado ao núcleo central e move-se livremente de um átomo para o próximo na estrutura cristalina. Em temperaturas normais, há um movimento constante e aleatório

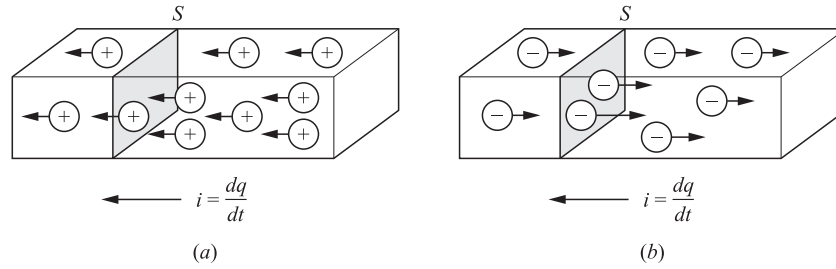


Figura 1-1

desses elétrons. Uma imagem razoavelmente precisa da condução em um condutor de cobre é que aproximadamente $8,5 \times 10^{28}$ elétrons de condução por metro cúbico estão livres para se movimentarem. A carga do elétron é $-e = -1,602 \times 10^{-19}$ C, de modo que, para uma corrente de 1 ampere, aproximadamente $6,24 \times 10^{18}$ elétrons por segundo teriam que passar por uma seção transversal fixa do condutor.

Exemplo 1.2 Um condutor tem uma corrente de 5 amperes. Quantos elétrons passam por um ponto fixo no condutor em 1 minuto?

$$5 \text{ A} = (5 \text{ C/s})(60 \text{ s/min}) = 300 \text{ C/min}$$

$$\frac{300 \text{ C/min}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C/elétron}} = 1,87 \times 10^{21} \text{ elétrons/min}$$

1.4 POTENCIAL ELÉTRICO

Uma carga elétrica experimenta uma força em um campo elétrico que, se não atua em oposição, vai acelerar a partícula que contém a carga (partícula carregada). Interessa-nos aqui o trabalho realizado para mover a carga contra o campo elétrico, conforme indicado na Figura 1-2(a). Assim, se 1 joule de trabalho é necessário para mover a carga Q de 1 coulomb, então, a posição 1 está em um potencial de 1 volt em relação à posição 0; $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$. Esse potencial elétrico é capaz de realizar trabalho assim como a massa na Figura 1-2(b), a qual foi levantada contra a força gravitacional g a um altura h acima do plano de referência. A energia potencial mgh representa uma capacidade de realizar trabalho quando a massa é solta. À medida que a massa cai, ela acelera, e essa energia potencial é convertida em energia cinética.

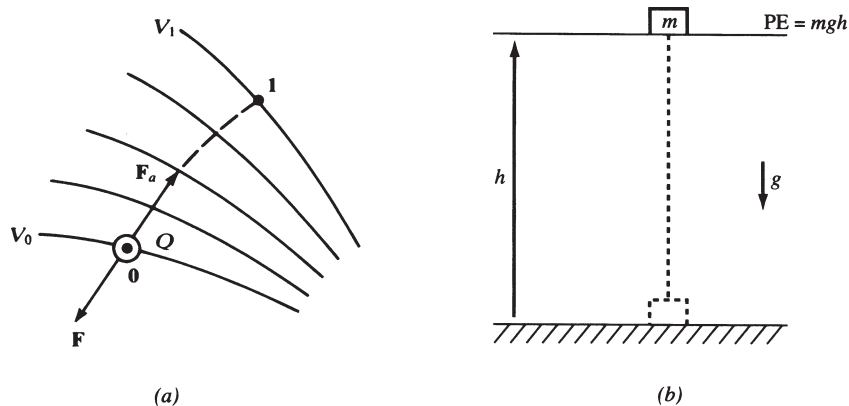


Figura 1-2

Exemplo 1.3 Em um circuito elétrico, uma energia de 9,25 μJ é necessária para transportar uma partícula carregada com 0,5 μC do ponto a para o ponto b. Qual é a diferença de potencial elétrico existente entre os dois pontos?

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule por coulomb} \quad V = \frac{9,25 \times 10^{-6} \text{ J}}{0,5 \times 10^{-6} \text{ C}} = 18,5 \text{ V}$$

1.5 ENERGIA E POTÊNCIA ELÉTRICA

Energia elétrica em joules será encontrada em capítulos posteriores que tratam de capacitores e indutores, cujos respectivos campos elétrico e magnético são capazes de armazenar energia. A taxa, em *joules por segundo*, na qual a energia é transferida é a potência elétrica em *watts*. Adicionalmente, o produto da tensão pela corrente fornece a potência elétrica, $p = vi$; $1 \text{ W} = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A}$. Ainda, $V \cdot A = (J/C) \cdot (C/s) = J/s = W$. Em um sentido mais fundamental, a potência é a derivada da energia em relação ao tempo, $p = dw/dt$, de modo que a potência instantânea é, em geral, uma função do tempo. Nos capítulos seguintes, empregaremos os conceitos de potência média $P_{\text{média}}$ e valor médio quadrático (rms* ou valor eficaz) para os casos em que a tensão e a corrente são grandezas com variação senoidal no tempo.

Exemplo 1.4 Um resistor tem uma diferença de potencial de 50,0 V entre os seus terminais, e 120,0 C de carga passa por minuto através de um ponto fixo. Sob essas condições, em qual taxa a energia elétrica é convertida em calor?

$$(120,0 \text{ C/min})/(60 \text{ s/min}) = 2,0 \text{ A} \quad P = (2,0 \text{ A})(50,0 \text{ V}) = 100,0 \text{ W}$$

Uma vez que $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$, a taxa de conversão de energia é 100 joules por segundo.

1.6 FUNÇÕES CONSTANTES E VARIÁVEIS

Para distinguir entre as grandezas constantes e variáveis no tempo, letras maiúsculas são empregadas para grandezas constantes e minúsculas para as grandezas variáveis. Por exemplo, uma corrente constante de 10 amperes é escrita como $I = 10,0 \text{ A}$, uma corrente variável no tempo de 10 amperes é escrita como $i = 10,0 f(t) \text{ A}$. Exemplos de funções comuns na análise de circuitos são a função senoidal $i = 10,0 \text{ sen } \omega t \text{ (A)}$ e a função exponencial $v = 15,0 e^{-at} \text{ (V)}$.

Problemas Resolvidos

- 1.1** A força aplicada a um objeto de movendo na direção x varia de acordo com $F = 12/x^2 \text{ (N)}$. (a) Encontre o trabalho realizado no intervalo $1 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$. (b) Qual força constante atuando ao longo do mesmo intervalo resultaria no mesmo trabalho?

$$(a) \quad dW = F dx \quad \text{então,} \quad W = \int_1^3 \frac{12}{x^2} dx = 12 \left[\frac{-1}{x} \right]_1^3 = 8 \text{ J}$$

$$(b) \quad 8 \text{ J} = F_c(2 \text{ m}) \quad \text{ou} \quad F_c = 4 \text{ N}$$

- 1.2** Energia elétrica é convertida (transformada) em calor a uma taxa de 7,56 kJ/min em um resistor que tem um fluxo de cargas de 270 C/min passando por ele. Qual é a diferencial de potencial entre os terminais do resistor?

$$\text{De } P = VI,$$

$$V = \frac{P}{I} = \frac{7,56 \times 10^3 \text{ J/min}}{270 \text{ C/min}} = 28 \text{ J/C} = 28 \text{ V}$$

- 1.3** Um certo elemento de circuito tem uma corrente $i = 2,5 \text{ sen } \omega t \text{ (mA)}$, onde ω é a frequência angular em rad/s, e uma diferença de potencial $v = 45 \text{ sen } \omega t \text{ (V)}$ entre os seus terminais. Determine a potência média $P_{\text{média}}$ e a energia W_T transferida em um período da função senoidal.

Energia é a integral no tempo da potência instantânea:

$$W_T = \int_0^{2\pi/\omega} vi dt = 112,5 \int_0^{2\pi/\omega} \text{sen}^2 \omega t dt = \frac{112,5\pi}{\omega} \text{ (mJ)}$$

*N. de T.: Do inglês, *root mean square* (rms).

A potência média é, então:

$$P_{\text{média}} = \frac{W_T}{2\pi/\omega} = 56,25 \text{ mW}$$

Observe que $P_{\text{média}}$ não depende de ω .

- 1.4** A unidade de energia frequentemente usada por concessionárias de energia elétrica é o quilowatt-hora (kWh). (a) 1 kWh equivale a quantos joules? (b) Um aparelho com potência nominal de 75 W opera das 19:00 às 23:30. Qual é a energia total consumida por esse aparelho em quilowatt-hora e em mega-joules?

(a) $1 \text{ kWh} = (1000 \text{ J/s})(3600 \text{ s}) = 3,6 \text{ MJ}$

(b) $(75,0 \text{ W})(4,5 \text{ h}) = 337,5 \text{ Wh} = 0,3375 \text{ kWh}$
 $(0,3375 \text{ kWh})(3,6 \text{ MJ/kWh}) = 1,215 \text{ MJ}$

- 1.5** Um condutor de cobre de seção de $2,5 \text{ mm}^2$, um fio frequentemente usado em instalações elétricas residenciais, contém aproximadamente $2,77 \times 10^{23}$ elétrons livres por metro de comprimento do fio, assumindo um elétron de condução livre por átomo. Qual porcentagem desses elétrons irá atravessar uma seção transversal fixa, por minuto, se o condutor conduzir uma corrente constante de 25,0 A?

$$\frac{25,0 \text{ C/s}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C/elétron}} = 1,56 \times 10^{20} \text{ elétron/s}$$

$$(1,56 \times 10^{20} \text{ elétron/s})(60 \text{ s/min}) = 9,36 \times 10^{21} \text{ elétrons/min}$$

$$\frac{9,36 \times 10^{21}}{2,77 \times 10^{23}} (100) = 3,38\%$$

- 1.6** Quantos elétrons passam por um ponto fixo em uma lâmpada de 100 W durante um intervalo de tempo de 1 hora se a tensão constante aplicada vale 120 V?

$$100 \text{ W} = (120 \text{ V}) \times I(\text{A}) \quad I = 5/6 \text{ A}$$

$$\frac{(5/6 \text{ C/s})(3600 \text{ s/h})}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C/elétron}} = 1,87 \times 10^{22} \text{ elétrons por hora}$$

- 1.7** Uma bateria de carro típica de 12 V é especificada de acordo com sua capacidade *ampere-hora*. Uma bateria de 70 A · h, por exemplo, operando com uma taxa de descarga de 3,5 A, tem uma vida útil de 20 h. (a) Assumindo que a tensão permanece constante, determine a energia e a potência entregues ao longo de um ciclo de descarga completo da bateria citada. (b) Repita o item anterior para uma taxa de descarga de 7,0 A.

(a) $(3,5 \text{ A})(12 \text{ V}) = 42,0 \text{ W}$ (ou J/s)

$(42,0 \text{ J/s})(3600 \text{ s/h})(20 \text{ h}) = 3,02 \text{ MJ}$

(b) $(7,0 \text{ A})(12 \text{ V}) = 84,0 \text{ W}$

$(84,0 \text{ J/s})(3600 \text{ s/h})(10 \text{ h}) = 3,02 \text{ MJ}$

A especificação de ampere-hora (ou o ampere-hora nominal da bateria) é uma medida da energia que a bateria armazena; conseqüentemente, a energia transferida por um ciclo de descarga completo é a mesma, independentemente se essa energia é transferida em 10 horas ou em 20 horas. Uma vez que a potência é a taxa de transferência de energia, a potência para uma descarga de 10 horas é duas vezes aquela em uma descarga de 20 horas.

Problemas Complementares

- 1.8** Determine o trabalho e a potência associados com uma força de $7,5 \times 10^{-4} \text{ N}$ atuando ao longo de uma distância de 2 metros em um intervalo de tempo de 14 segundos. *Resp.* 1,5 mJ, 0,107 mW

- 1.9** Determine o trabalho e a potência necessários para mover (para cima) uma massa de 5 kg, sobre um plano sem atrito inclinado 30° com a horizontal, ao longo de uma distância de 2,0 m e em um intervalo de 3,5 s.

Resp. 49,0 J, 14,0 W

- 1.10** Um trabalho de 136,0 joules é realizado para mover $8,5 \times 10^{18}$ elétrons entre dois pontos em um circuito elétrico. Qual é a diferença de potencial estabelecida entre os dois pontos? *Resp.* 100 V
- 1.11** Um pulso de eletricidade tem uma tensão e uma corrente associadas de 305 V e 0,15 A, respectivamente, e dura 500 μ s. Determine a potência e a energia associadas a esse pulso. *Resp.* 45,75 W, 22,9 mJ
- 1.12** Uma unidade de potência usada para motores elétricos é o *horsepower* (HP), que equivale a 746 watts. Quanto de energia um motor de 5 HP entrega em 2 horas? Expresse sua resposta em MJ. *Resp.* 26,9 MJ
- 1.13** Para $t \geq 0$, $q = (4,0 \times 10^{-4})(1 - e^{-250t})$ (C). Determine a corrente em $t = 3$ ms. *Resp.* 47,2 mA
- 1.14** A corrente e a tensão em um certo elemento de circuito são dadas, respectivamente, por:

$$i = 10e^{-5000t} \text{ (A)} \quad v = 50(1 - e^{-5000t}) \text{ (V)}$$

Encontre a energia total transferida durante $t \geq 0$. *Resp.* 50 mJ

- 1.15** A *capacitância* de um elemento de circuito é definida como Q/V , onde Q é o valor da carga armazenada no elemento e V é o valor da diferença de potencial (tensão) entre os terminais do elemento. A unidade derivada do SI de capacitância é o *farad* (F). Expresse o farad em termos das unidades básicas. *Resp.* $1 \text{ F} = 1(\text{A}^2 \cdot \text{s}^4)/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$