

Conceitos básicos

.....

Para compreender os princípios básicos nos quais se fundamenta a operação das antenas, é essencial fazer uma análise sobre o mecanismo da radiação. Para isso, iniciamos com uma explicação simples que mostra como uma carga acelerada gera radiação.

Esse conceito é então estendido para demonstrar como a radiação proveniente de um condutor curto, porém de comprimento finito, se distribui no espaço. Um exame nesta estrutura aparentemente simples ajudará consideravelmente na compreensão do comportamento da radiação de antenas mais complexas e de arranjos de antenas. Este estudo básico também ajudará o leitor na compreensão do comportamento dos campos próximo e distante do elemento de radiação, o dipolo Hertziano, assim chamado em homenagem a Henrich Hertz (1857 – 94). Hertz demonstrou a propagação de ondas eletromagnéticas através do espaço [1] e também é creditado a ele a invenção das primeiras antenas.

1.1 RADIAÇÃO

Quando uma tensão ou corrente variante no tempo é estabelecida em um condutor, os elétrons livres são acelerados. Esses elétrons são capazes de se deslocarem através dos espaços existentes entre os átomos sob a influência da tensão, ou corrente, aplicada ao condutor. Se a tensão ou corrente for alternada, então os elétrons de uma determinada região do condutor se movem para frente e para trás no mesmo ritmo (frequência) da tensão, ou corrente, de alimentação aplicada. A aceleração (ou desaceleração) desses elétrons faz com que ocorra a radiação [2]. Para entender como isso acontece, considere o efeito de um único elétron que tem uma carga de $-q$ C se movendo ao longo de um pedaço de fio retilíneo. À medida que a carga é acelerada, uma corrente é estabelecida, visto que, por definição, a corrente é a taxa de variação da carga.

Conforme a corrente é estabelecida, surge um campo magnético (H) cujo sentido é definido pela regra da mão direita (Figura 1.1). Esta figura mostra as linhas do campo magnético (H) na forma de *loops** fechados. As linhas do campo elétrico (E) se originam no infinito e chegam até a carga ($-q$) como linhas de campo formando o campo de Coulomb. Este campo está sempre presente, ainda que a carga não esteja em movimento. Agora considere o que acontece se o elétron for submetido a um período de aceleração, considerando

* N. de T.: O termo em inglês *loop* é amplamente utilizado. Neste caso, significa elo ou laço.

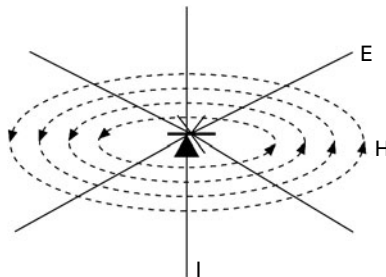


Figura 1.1 Linhas de campo magnético para uma carga em movimento.

que esta aceleração seja linear entre os instantes $t = 0$ e $t = dt$. Após este período, o elétron passa a se deslocar com velocidade constante até o instante t (Figura 1.2). Portanto, a carga foi submetida a uma aceleração (a) dada por:

$$v_1 = u + a \, dt \quad (1.1)$$

Isso significa que a carga alcançou um ponto, chamado B, no fio que está um pouco além do ponto onde estaria o elétron caso não fosse acelerado (ponto A na Figura 1.3a)

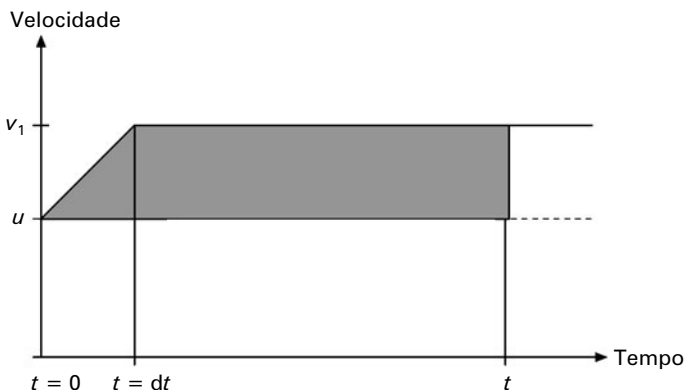


Figura 1.2 Gráfico de velocidade da carga.

Observe que a Figura 1.3a foi desenhada com um pouco mais de detalhes, a Figura 1.3b em um plano cartesiano (x, y, z) e, a Figura 1.3c, em um sistema de coordenadas esféricas, $r(\theta, \phi)$. No instante $t = t_0$, um único elétron é acelerado, de tal forma que no instante $t = t_1$ ele está na posição mostrada. Um observador posicionado a uma certa distância (ponto P), ainda pensará que a partícula de carga elementar está na posição $t = t_0$, visto que, conforme será mostrado na Seção 2.2, a sua nova posição não será identificada a partir do ponto P até decorrer um tempo finito. Além disso, a linha de campo elétrico de um único elétron que vem de um ponto localizado a uma certa distância, ponto P, agora tem que alcançar a carga na posição correspondente a $t = t_1$, em vez da posição original, $t = t_0$. Para facilitar isto, a linha de campo tem que “encurvar-se”. Portanto, a aceleração da partícula de carga causa um distúrbio eletromagnético. Considerando a região em que a linha de campo encurva-se na Figura 1.3b, vemos que existe duas componentes de campo, a componente radial E_R , que se

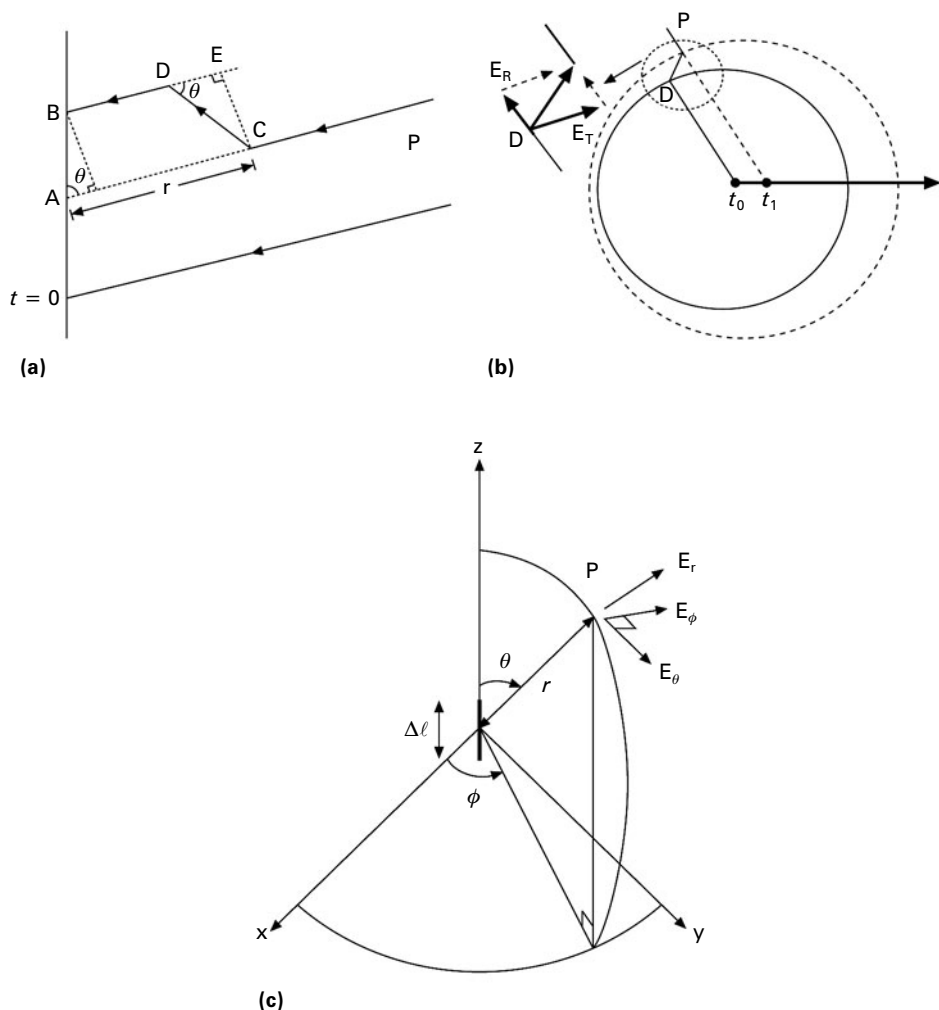


Figura 1.3 Geração de radiação.

alinha com o campo de Coulomb, e a componente transversal E_T . Visto que agora não há distinção entre a componente E_R e o campo de Coulomb, que já existia antes do elétron ser acelerado, a força de distúrbio não tem relação com esta componente. Por outro lado, a componente transversal E_T é diretamente atribuída à aceleração da carga e, portanto, ela representa a componente de campo da radiação gerada pela aceleração do elétron.

Para um observador posicionado no ponto P, a curva nesta linha não aparece instantaneamente, mas após uma quantidade finita de tempo(t) definida pela velocidade de propagação da energia eletromagnética (c) que alcança o observador (veja a Seção 2.2). Os círculos na Figura 1.3b (o círculo em linha cheia centralizado em $t = t_0$ e o círculo em linha tracejada centralizado em $t = t_1$) se propagam à velocidade da luz, sendo que a separação entre esses dois círculos representa a distância que uma onda eletromagnética percorreria durante a aceleração. Este atraso de tempo entre o momento em que o elétron é acelerado e o efeito percebido em P, é dado por

$$t = \frac{r}{c} \quad (1.2)$$

onde c é a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas e r é a distância do ponto de observação. O efeito total da aceleração aplicada ao elétron é gerar uma frente de onda que se propaga para fora e que se expande com o tempo.

Analisando a Figura 1.3c (a qual define o sistema de coordenadas esféricas que normalmente é usado quando se trabalha com antenas), o elétron em nosso modelo de radiação pode ser considerado como um ponto de carga. Portanto, o campo elétrico radial (E_r) a uma distância r pode ser escrito como

$$E_r = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.3)$$

Observe como esse termo não apresenta nenhuma informação relativa à aceleração, pois não há nenhuma relação com a fonte que provocou a aceleração. O termo E_ϕ não apresenta variação em relação a ϕ , visto que o fio é axialmente simétrico; portanto, um fio bastante curto não apresenta variação de campo associada a este parâmetro.

Por outro lado, o campo elétrico tangencial (E_θ), a uma mesma distância, é determinado pela Figura 1.3a pela equação

$$E_\theta = E_r \tan\theta = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{CE}{DE} \quad (1.4)$$

porém,

$$CE = CD \sin\theta$$

e através da regra de semelhança de triângulos temos

$$CD = AB$$

assim,

$$CE = AB \sin\theta$$

A distância AB é a distância adicional percorrida pelo elétron acelerado quando comparada com o caso em que não há aceleração; portanto, a distância AB é igual a área sombreada sob o gráfico da velocidade $\times$ tempo mostrado na Figura 1.2. Portanto, como

$$AB = \frac{1}{2} dt(v_1 - u) + (t - dt)(v_1 - u)$$

e

$$v_1 = u + a \, dt$$

então

$$\begin{aligned} AB &= \frac{1}{2}a \, dt^2 + (t - dt) a \, dt \\ &= \frac{1}{2}a \, dt^2 + at \, dt - dt^2 \end{aligned}$$

admitindo que dt seja um valor pequeno, então

$$AB \approx at \, dt$$

Por isso,

$$DE = c \, dt$$

Portanto,

$$E_{\theta} = \frac{-q}{\epsilon_0 r^2} \frac{at}{c} \sin\theta \quad (1.5)$$

fazendo $t = r/c$

$$E_{\theta} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{ar}{c^2} \sin\theta \quad (1.6)$$

Finalmente,

$$E_{\theta} = \frac{-qa}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \sin\theta \quad (1.7)$$

Este termo varia de acordo com $\sin\theta$ e assume o seu maior valor quando $\theta = 90^\circ$, ou seja, no plano equatorial (x-y) mostrado no sistema de coordenadas esféricas na Figura 1.3c. Este termo ilustra que a intensidade do campo elétrico tangencial (E_{θ}) é diretamente proporcional à aceleração. Portanto, a radiação será maior para frequências maiores. Em essência, para um observador em algum ponto P (Figura 1.3a), a componente tangencial da curvatura gerada é tida como uma consequência da variação da velocidade da carga.

Observe, a partir da equação (1.3), que E_r varia em função de $1/r^2$, enquanto que, a partir da equação (1.7), E_{θ} varia em função de $1/r$. Portanto, para distâncias (r) maiores, a partir do radiador, a intensidade do campo radial diminui, sobressaindo a componente E_{θ} e os campos E_{ϕ} simétricos associados. Como consequência, o campo distante resultante, a partir do radiador, é transversal (ou seja, sem componente na direção de propagação, que é a direção r ; veja a Seção 2.2). O termo $1/r$ é o fator de diminuição da componente tangencial da força do campo elétrico de uma onda eletromagnética radiada que faz com que as comunicações de longa distância sejam possíveis. Se a componente E_{θ} da força do campo elétrico diminuísse por um fator de $1/r^2$, como acontece com a componente radial do campo, então o sinal em longas distâncias seria quase zero, limitando assim significativamente o alcance dos sistemas de comunicação sem fio (*wireless**).

1.2 O DIPOLO HERTZIANO

O dipolo Hertziano é uma antena que consiste de um pedaço extremamente pequeno de condutor retilíneo que, percorrido por uma corrente alternada, apresenta uma distribuição de corrente uniforme ao longo do seu comprimento como consequência desta dimensão ser muito pequena. Para garantir que a distribuição de corrente seja uniforme, vamos considerar que a antena seja eletricamente curta. Este conceito é muito útil no estudo de muitas antenas reais de comprimento finito, visto que estas podem ser consideradas como tendo propriedades equivalentes a uma soma de vários dipolos curtos conectados juntos, tendo seus diagramas de radiação obtidos a partir do conhecimento da disposição geométrica e da superposição do diagrama de radiação do dipolo Hertziano básico.

Considere que o dipolo Hertziano seja alimentado com uma corrente senoidal i , que é uniforme ao longo do comprimento do dipolo $\Delta\ell$, orientado ao longo do eixo z mostrado na Figura 1.3c.

$$i = I_0 \sin\omega t \quad (1.8)$$

* N. de T.: O termo em inglês *wireless* é muito usado quando se faz referência à comunicação sem fio.

A corrente na antena consiste de N elétrons, cada um com uma carga q C se movendo com uma velocidade de v m/s. Num tempo dado por $\Delta\ell/v$, Nq C percorreria o comprimento da antena; assim, a corrente é definida como

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{Nqv}{\Delta\ell} = I_0 \sin\omega t \quad (1.9)$$

então podemos escrever

$$v = \frac{\Delta\ell I_0 \sin\omega t}{Nq} \quad (1.10)$$

Agora, visto que pela definição de aceleração $a = dv/dt$, então

$$a = \frac{\Delta\ell \omega I_0 \cos\omega t}{Nq} \quad (1.11)$$

Agora podemos deduzir a partir da equação (1.7) que o campo elétrico tangencial (E_θ) resultante de N elétrons é dado por

$$E_\theta = Nq \frac{a \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \quad (1.12)$$

Assim, para o dipolo Hertziano, de comprimento ℓ , o campo elétrico E_θ radiado a uma determinada distância r e ângulo θ para esse dipolo é dado por

$$E_\theta(t) = \frac{\Delta\ell \omega I_0 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.13)$$

Nesta expressão o termo $t - (r/c)$ foi introduzido para representar o atraso que o efeito da aceleração de cargas provoca na antena antes que ele seja recebido a uma distância r e ângulo θ da antena. Isto quer dizer que o campo radiado a uma distância r está atrasado em relação à aceleração, a qual o gerou.

A expressão para o campo elétrico radiado pode ser reescrita de forma diferente observando o número de onda $k = 2\pi/\lambda_0$, e que, a expressão da Seção 2.2, $\eta = 1/\epsilon_0 c = E_\theta/H_\phi$ é a impedância de onda que é igual a 377Ω , ou $120 \pi \Omega$; observe também que λ_0 é o comprimento da onda no espaço livre.

Portanto, E_θ na equação (1.13) passa a ser determinado por

$$E_\theta(t) = \eta \frac{I_0 \Delta\ell k \sin\theta}{4\pi r} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.14)$$

a partir do qual a componente do campo H_ϕ pode ser escrita como

$$H_\phi(t) = \frac{E_\theta}{\eta} = I_0 \frac{\Delta\ell k \sin\theta}{4\pi r} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.15)$$

Observe que a componente do campo magnético não varia com ϕ ; portanto, exibe uma simetria circular. As equações (1.14) e (1.15) sugerem que a propagação de ondas provenientes de uma antena, tipo dipolo Hertziano, pode ser visualizada como uma frente de onda que se expande com centro na antena. A análise realizada na próxima seção, relativa às

equações que regem este comportamento, mostra que essa energia não é radiada uniformemente em todas as direções.

Em uma notação mais compacta ainda, $I_0 \cos\omega(t - (r/c))$ aparece escrita em muitos livros de antena como $\text{Re} \{I_0 \exp(j\omega(t - r/c))\}$ ou $I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}$ ou $I_0 e^{j(\omega t - kr)}$. Portanto, com substituições apropriadas podemos escrever

$$E_\theta(t) = \frac{60\pi I \Delta\ell \sin\theta}{\lambda_0 r} e^{-jkr} \quad (1.16)$$

onde $k = 2\pi/\lambda_0 = \omega r/c$ e $I = I_0 e^{j\omega t}$.

Essa equação é a unidade fundamental usada na maior parte do trabalho a seguir.

Exercício 1.1

Calcule a componente radial do campo elétrico associada a uma carga pontual quando esta é colocada no espaço livre a uma distância de 1 m da carga.

Solução

A partir da equação (1.3), o valor do campo elétrico radial é

$$\frac{-1,6 \times 10^{-9}}{4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \times 1 \times 1} = -0,16 \text{ V/m}$$

Exercício 1.2

Como é a variação de $E_\theta(t)$ em função de $\Delta\ell/\lambda_0$? Comente o significado físico do resultado.

Solução

Usando a equação (1.16), podemos ver que $E_\theta(t)$ é diretamente proporcional a $\Delta\ell/\lambda_0$, então, se $\Delta\ell$ for pequeno em relação a λ_0 , $E_\theta(t)$ também será pequeno. Portanto, para uma radiação efetiva ao longo do eixo da antena, $\theta = 90^\circ$, o comprimento do elemento tem que ser comparável com o comprimento de onda do elemento radiante.

1.3 MODELO POLAR DO DIPOLO HERTZIANO

Quando se traça um gráfico da equação (1.16) em coordenadas polares, a curva é um gráfico representativo das características de radiação E_θ ; por exemplo, a Figura 1.4 mostra o gráfico de E_θ no plano no qual o dipolo está situado. Devido à simetria axial do elemento dipolo Hertziano cilíndrico, o diagrama de radiação resultante tem que ser uniforme no plano perpendicular ao eixo z no qual o dipolo Hertziano está orientado, plano x-y (ϕ), e, como consequência, o gráfico polar neste plano é um círculo, ou seja, não há variação na intensidade do campo na direção ϕ (Figura 1.4). Quando se traça um gráfico da equação (1.16) na forma polar, o diagrama de radiação, como função de θ é uma figura na forma do número oito. Quando comparado com o gráfico polar que seria obtido a partir de uma fonte isotrópica

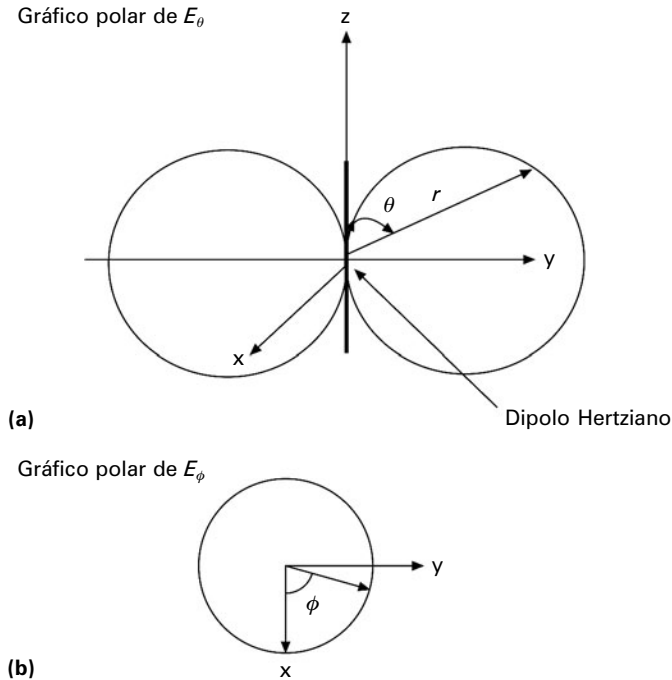


Figura 1.4 Gráfico polar da amplitude do campo elétrico.

(ou seja, uma esfera), o gráfico polar do dipolo Hertziano apresenta uma redução de potência ao longo do eixo da antena. Desta forma, mesmo uma antena muito curta, como o dipolo Hertziano, apresenta algumas direções preferenciais de radiação. Deve-se notar que, para desenhar o gráfico em termos de potência, o valor da componente do campo elétrico, definida pela equação (1.16), tem que ser elevado ao quadrado.

Os gráficos polares normalizados da radiação para o campo distante são geralmente expressos em termos de

$$\frac{\text{magnitude na direção } \theta}{\text{magnitude no plano equatorial } (\theta = 90^\circ)}$$

o que para o dipolo Hertziano da equação (1.16) resulta em $\sin\theta$.

A partir do gráfico polar é possível determinar o ângulo de feixe de meia potência, o qual é definido como sendo a separação angular entre as duas direções, situadas uma de cada lado da direção de máxima radiação, nas quais se localizam os pontos onde a intensidade do campo radiado diminui para $1/\sqrt{2}$ do valor máximo, ou seja, a potência radiada diminui à metade do valor máximo.

Exercício 1.3

Mostre que, para um dipolo Hertziano, a intensidade do campo radiado a uma distância r tem um ângulo de feixe de meia potência de 90° .

Solução

A equação normalizada, referente a Equação (1.16), para o campo distante de um dipolo Hertziano é escrita como

$$\sin\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

visto que o ponto de meia potência é proporcional a $1/\sqrt{2}$ da intensidade do campo elétrico.

$$\text{Portanto } \theta = \sin^{-1}\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ \text{ ou } 135^\circ$$

obtemos assim o ângulo de feixe de meia potência para um dipolo Hertziano $(135^\circ - 45^\circ) = 90^\circ$. Isto significa que a potência apresenta um extenso ângulo de espalhamento. O Capítulo 4 apresenta métodos para concentrar a radiação de antenas posicionando-as em uma configuração denominada arranjo.

1.4 O DIPOLO HERTZIANO RECONSIDERADO

Na seção anterior definimos o dipolo Hertziano como uma antena fictícia que apresenta uma distribuição de corrente uniforme ao longo do seu pequeno comprimento. O acúmulo de cargas nas extremidades deste pedaço de fio curto poderia ser representado modelando o dipolo como duas cargas, $+q$ e $-q$, colocadas nas extremidades do dipolo. Essas cargas, de polaridade oposta, oscilam como um par complementar de cargas, denominado oscilação de carga dupla.

Podemos usar este modelo para determinar como se comporta o campo elétrico radiado próximo ao dipolo Hertziano, ou seja, no campo próximo também denominado de região de Fresnel (veja a Seção 5.5). Diferentemente da região de campo distante, nesta região o diagrama de radiação é uma função da posição exata na qual é feita a medição. O potencial do campo elétrico no ponto de observação P, mostrado na Figura 1.5, para o dipolo Hertziano de comprimento $\Delta\ell$ é, de acordo com a lei de Coulomb,

$$v = \frac{+q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \quad (1.17)$$

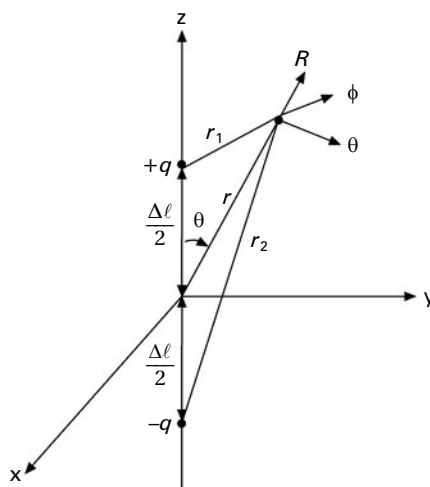


Figura 1.5 Representação da oscilação em um dipolo Hertziano.

Exercício 1.4

As cargas pontuais de 4×10^{-9} C e -2×10^{-9} C estão localizadas num espaço cartesiano (x, y, z) em (2, 0, 0) e (6, 0, 0). Determine o potencial do campo elétrico na posição (4, 2, 0).

Solução

Como o ponto no campo elétrico a ser estimado está no plano (x, y), podemos usar uma geometria simples para determinar as distâncias r_1 e r_2 exigidas pela Equação (1.17) como sendo igual a $\sqrt{8}$, portanto

$$\begin{aligned} v &= \frac{4 \times 10^{-9}}{4\pi\epsilon_0\sqrt{8}} - \frac{2 \times 10^{-9}}{4\pi\epsilon_0\sqrt{8}} \\ &= \frac{1 \times 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0\sqrt{8}} = 6,4 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Agora, a partir de considerações geométricas

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\left(r - \frac{\Delta\ell}{2} \cos\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\ell}{2} \sin\theta\right)^2} \\ &\approx r - \frac{\Delta\ell}{2} \cos\theta \end{aligned} \tag{1.18}$$

e

$$r_2 \approx r + \frac{\Delta\ell}{2} \cos\theta$$

assim,

$$r_2 - r_1 \approx \Delta\ell \cos\theta$$

Para uma excitação senoidal controlando a oscilação de carga dupla

$$i = I_0 \sin\omega t$$

podemos determinar uma expressão para a carga, visto que pela definição

$$q = \int i \, dt = \frac{-I_0}{\omega} \cos\omega t \tag{1.19}$$

Lembre-se de que esta carga será observada do ponto P algum tempo (r/c) depois, após ela ter se movido no dipolo, podemos escrever

$$q = \frac{-I_0}{\omega} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c}\right) \tag{1.20}^*$$

* Nota: O tratamento dado às equações de (1.20) a (1.34) é baseado nas equações de (2) a (7) em W.S. Bennett, Basic sources of electric and magnetic fields newly examined, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 43, No. 1, 2001, pp 31-5. © 2001 IEEE.

Portanto, a partir da equação (1.17)

$$v = \frac{-I_0}{4\pi\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

Observando que $r_1 r_2 \approx r^2$ e $r^2 \gg \Delta\ell^2/4\cos^2\theta$, então visto que $r_2 - r_1 = \Delta\ell\cos\theta$

$$v = \frac{-I_0 \Delta\ell}{4\pi\omega\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cos\theta \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.21)$$

Agora que sabemos que o potencial presente em algum ponto P no espaço é devido a uma corrente oscilante no dipolo, podemos determinar o campo elétrico resultante neste ponto de observação. Quando fazemos a conversão para um sistema de coordenadas esféricas, conforme apresentado abaixo, três componentes de campo elétrico são produzidas no ponto de observação. Portanto,

$$E_r = \frac{-\partial v}{\partial r} = \frac{I_0 \Delta\ell}{4\pi\epsilon_0} \cos\theta \left[\frac{1}{cr^2} \sin\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) - \frac{1}{\omega r^3} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \quad (1.22)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = -\frac{I_0 \Delta\ell}{4\pi\omega\epsilon_0} \sin\theta \left[\frac{1}{r^3} \cos\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \quad (1.23)$$

$$E_\phi = -\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0$$

O resultado nulo para E_ϕ é devido à simetria do campo elétrico no plano ϕ . Assim, a partir das equações (1.22) e (1.23) concluímos que uma corrente oscilante estabelecida em um fio de comprimento infinitamente pequeno induz uma radiação eletromagnética.

Na dedução das equações (1.22) e (1.23), fizemos a transformação de um sistema de coordenadas cartesianas para um sistema de coordenadas esféricas, ou seja,

$$\mathbf{E} = \frac{\partial v}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial v}{\partial z} \mathbf{k}$$

que é equivalente a

$$\mathbf{E} = \frac{\partial v}{\partial r} \ell_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \ell_\theta + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \ell_\phi \right) \quad (1.24)$$

onde $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, \ell_r, \ell_\theta, \ell_\phi$ são vetores unitários ortogonais em cada sistema de coordenadas.

Comparando esses resultados com os resultados obtidos na equação (1.16), onde se considerou que r era uma distância grande a partir da antena, vemos que próximo a antena o termo $1/r^3$ determina a taxa de decréscimo do campo E_θ com a distância. O campo elétrico criado pelo dipolo é dominante, e nesta área a energia armazenada representa uma região capacitiva, a qual sendo reativa, não contribui para a potência radiada.

Por outro lado, se o dipolo curto é considerado como um condutor que transporta uma corrente, então o campo magnético associado pode ser determinado pela aplicação direta da lei de Biot-Savart [3], conforme a seguir

$$H_\phi = \frac{I_0 \Delta \ell \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.25)$$

a qual quando acrescentada à expressão previamente deduzida, a componente H_ϕ para grandes distâncias r , equação (1.15), é dada por

$$H_\phi = \frac{I_0 \Delta \ell}{4\pi} \sin \theta \left[\frac{\omega}{cr} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \quad (1.26)$$

Exercício 1.5

Mostre que de acordo com a definição [4] a fronteira entre o campo de indução e o campo de radiação ocorre quando, a partir da equação (1.26), $r \approx \lambda/6$.

Solução

De acordo com a referência [4], a fronteira entre as regiões de campo próximo e campo distante pode ser definida como a distância em que os campos de indução e radiação têm a mesma intensidade. Esta posição pode ser determinada a partir da equação (1.26), como a seguir

$$\left| \frac{1}{r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right| = \left| \frac{\omega}{cr} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right|$$

ou

$$\frac{\omega}{cr} = \frac{1}{r^2}$$

$$\text{portanto, } r = \frac{c}{\omega} = \frac{f\lambda}{2\pi f} = \frac{\lambda}{2\pi} \approx \frac{\lambda}{6}$$

Dentro desta região, cada uma das componentes do campo está em quadratura de fase, com a energia absorvida a cada quarto de ciclo e devolvida ao campo durante o próximo quarto de ciclo. Assim, dentro desta região, a energia sofre colapso de volta para o elemento radiador retornando então para a região, originando a reatância da antena.

Portanto, no campo próximo da antena, ou seja, próximo ao elemento radiador ($r < \lambda/6$) temos um campo capacitivo e um campo indutivo, determinados em termos das intensidades de campo elétrico (E_θ) e magnético (H_ϕ). Fora desta região, a energia é liberada na forma de onda eletromagnética que se propaga na velocidade da luz. A interação entre esses dois campos resulta em uma quantidade reativa normalmente denominada de campo próximo ou de indução da antena.

Aplicando o teorema de Poynting (Seção 2.3) obtemos o valor instantâneo da potência radiada por unidade de área ($P = E_\theta H_\phi$). No campo próximo da antena

$$P = \frac{I_0^2 \Delta \ell^2}{16\pi^2 \omega \epsilon_0} \sin^2 \theta \frac{1}{r^5} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.27)$$

Exercício 1.6

Use o teorema de Poynting para avaliar como o valor instantâneo da potência radiada diminui com a distância no campo próximo de uma antena eletricamente curta.

Solução

A partir da equação (1.27), vemos que a potência cai rapidamente na razão de $1/r^5$. Portanto, a pequenas distâncias da antena, o nível de potência no campo próximo diminuiu para quase zero; por exemplo, a duplicação da distância conduz a uma redução de 1/32 ou -15 dB na força do campo.

Exercício 1.7

Use o resultado da equação (1.27) para determinar a frequência da potência reativa no campo próximo.

Solução

A partir da equação (1.27), podemos escrever

$$\sin\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\cos\omega\left(t - \frac{r}{c}\right) = \frac{1}{2}\sin 2\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

Portanto, no campo próximo a potência reativa varia duas vezes mais que a frequência do gerador.

Agora considere a lei de Biot-Savart [3] [5] sob uma corrente de excitação variante no tempo que opera em um fio de comprimento curto embutido em um pedaço de fio longo (Figura 1.6).

$$H_\phi(t) = \frac{\Delta\ell \sin\theta}{4\pi r^2} i(t) \quad (1.28)$$

Em um ponto de observação distante,

$$H_\phi(t) = \frac{\Delta\ell \sin\theta}{4\pi r^2} i\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (1.29)$$

Na Seção 1.1, mostramos como o efeito da radiação eletromagnética ocorre quando uma carga é acelerada e conseqüentemente como a componente de campo distante é proporcional à taxa de variação da corrente atrasada no tempo. A partir da definição básica de diferenciação, podemos escrever

$$\frac{di(t)}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{i(t + \Delta t) - i(t)}{\Delta t} \right] \quad (1.30)$$

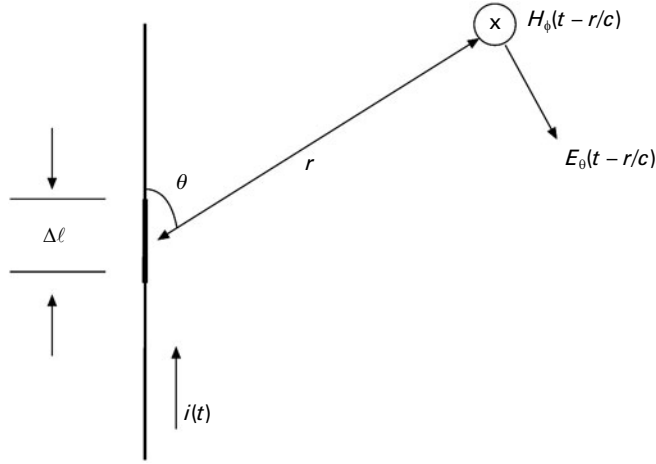


Figura 1.6 Campo a partir de uma seção curta do fio.

Se fizermos $\Delta t = r/c$ e $t = t - r/c$, então podemos reescrever a equação (1.30) como

$$i(t) = \lim_{r/c \rightarrow 0} \left[i\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{di\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \right]$$

Portanto, a equação (1.29) pode ser escrita [6] como

$$H_\phi(t) = \frac{\Delta \ell \sin \theta}{4\pi r^2} \left[i\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{di\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \right] \quad (1.31)$$

e a partir da Seção 2.2 sabemos que $E_\theta/H_\phi = \eta$, a impedância do espaço livre. Portanto, podemos escrever

$$E_\theta(t) = \eta \frac{\Delta \ell \sin \theta}{4\pi r^2} \left[i\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{di\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \right] \quad (1.32)$$

A equação (1.32) representa o campo elétrico radiado devido a corrente variante no tempo estabelecida em um segmento de fio que é parte de um fio longo. Se o segmento do fio fosse removido do fio longo, então a carga seria acumulada nas extremidades do fio e uma carga dupla seria criada. Isto proporciona uma contribuição adicional ao campo de radiação descrito pela equação (1.23) que substitui a equação (1.32).

Por questão de compatibilidade com a equação (1.32), reescreveremos a equação (1.23) da seguinte forma

$$E_\theta = \frac{\eta \Delta \ell}{4\pi \omega r^2} \left[\frac{c}{r} q\left(t - \frac{r}{c}\right) \right]$$

onde usamos $1/\epsilon_0 = \eta c$ (veja a Seção 2.2). Portanto, o campo elétrico radiado total será a superposição dos dois campos de radiação.

$$E_\theta(t) = \frac{\eta \Delta \ell \sin \theta}{4\pi r^2} \left[\frac{c}{r} q \left(t - \frac{r}{c} \right) + i \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{r}{c} \frac{di \left(t - \frac{r}{c} \right)}{dt} \right] \quad (1.33)$$

Usando a forma dada nas equações (1.31) e (1.33), é possível estabelecer as características de radiação de um dipolo de fio sob condições de excitação arbitrárias.

Substituindo $i(t - r/c) = I_0 \sin \omega(t - r/c)$ e usando a notação complexa temos

$$E_\theta(t) = \frac{\eta I_0 \Delta \ell k \sin \theta}{4\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{jkr} + jkr \right) e^{-jkr} \quad (1.34)$$

Usando o mesmo método, a equação (1.31) se torna

$$H_\phi = \frac{I_0 \Delta \ell \sin \theta}{4\pi r^2} (1 + jkr) e^{-jkr} \quad (1.35)$$

Exercício 1.8

Mostre que à medida que diminui a distância entre a antena e o ponto de observação no campo, a razão E_θ/H_ϕ , que é igual a $377 \, \Omega$ para o espaço livre, não é mais aplicável.

Solução

Para pequenos valores de r , o primeiro e o segundo termos dentro dos parênteses na equação (1.34) são mais significativos. Portanto,

$$\frac{E_\theta}{H_\phi} = \eta \frac{\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{jkr^3} \right)}{\frac{1}{r^2}} = \eta \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) = \eta \left(\frac{1 - j\Delta r}{2\pi r} \right)$$

então, no campo próximo a impedância de onda, que vale $377 \, \Omega$, aplicável nos cálculos para campo distante torna-se uma função da distância e apresenta uma grande reatância capacitiva à medida que r tende para zero.

e

$$E_r = \frac{\eta I_0 \Delta \ell \cos \theta}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \quad (1.36)$$

nesse ponto $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

Exercício 1.9

Mostre que, em qualquer ponto, no campo distante de uma antena constituída com um fio linear, exceto próximo ao eixo da antena, a componente E_θ prevalece sobre a componente de campo radial E_r .

Solução

Obtendo-se a razão entre as equações (1.34) e (1.36) para um valor grande de r , vemos que

$$\left| \frac{E_R}{E_\theta} \right| \propto \frac{1}{r \operatorname{tg} \theta}$$

de forma que quando θ tende para zero, quer dizer, num sistema de coordenadas esféricas ao longo do eixo z , $E_R \gg E_\theta$, de outra forma conforme θ tende para 90° $E_\theta \gg E_R$.

A partir da expressão para E_θ , podemos identificar as componentes de indução e radiação para o campo distante.

Exercício 1.10

Considere uma antena curta de comprimento 1 cm alimentada com uma corrente de 100 mA a um 1 GHz. Calcule a intensidade do campo elétrico tangencial ao longo do eixo da antena a uma distância de 100λ .

Solução

O comprimento da antena ℓ é 1 cm, com freqüência de operação de 1 GHz e $\lambda_0 = 30$ cm; portanto, $\Delta\ell/\lambda_0 = 1/30$ de forma que podemos considerar, por meio de uma aproximação razoável, que a antena é um dipolo Hertziano. Assim, podemos aplicar a equação (1.34) para E_θ , na qual para uma distância de 100λ os primeiros dois termos dentro dos parênteses podem ser ignorados visto que analisamos um ponto no campo distante da antena. Portanto, a equação (1.34) passa a ser

$$E_\theta = j\eta \frac{I_0 \Delta\ell \operatorname{sen} \theta}{4\pi} \frac{k}{r}$$

Assim,

$$E_\theta = j \frac{377 \times 0,1}{200 \times 30 \times 30}$$

$$|E_\theta| = 0,21 \text{ V/cm}$$

A equação (1.34) pode ser analisada considerando-se a ação de elétrons livres no segmento do fio alimentado pelo sinal. Neste ponto, como cada elétron livre porta uma carga e como essa carga é afetada pelo campo criado em função do deslocamento dinâmico de outros elétrons livres devido à corrente alternada aplicada, o campo criado exerce força nos elétrons livres que foram responsáveis pela geração dos campos num primeiro momento. Por-

tanto, as forças criadas agem dificultando o movimento de elétrons. Além disso, o segundo termo na equação (1.34) está 90° fora de fase em relação ao terceiro termo na mesma equação. Assim, vemos que os campos dinâmicos gerados por este termo agem em oposição à taxa de variação da corrente aplicada.

A energia no campo próximo produzida por esse processo é transferida para o campo magnético criado em torno dos elétrons em movimento e retorna aos elétrons como se os campos magnéticos entrassem em colapso quando os elétrons desaceleram. Portanto, temos uma componente reativa no campo próximo que é indutiva e não contribui para a potência radiada.

Uma visão em corte de uma seção do campo junto ao dipolo num instante de tempo mostraria que, à medida que o tempo passa, o campo expande-se continuamente para fora na velocidade da luz. O processo de radiação é um processo no qual *loops* fechados de campo elétrico se formam continuamente conforme o campo oscila. À medida que um *loop* é formado, ele se propaga para fora (Seção 2.2), mantendo um fluxo estável de energia (Seção 2.3) no espaço livre.

A Figura 1.7 mostra o campo de radiação de um dipolo Hertziano em termos de suas linhas de campo elétrico e magnético desenhadas em um sistema de coordenadas polares. A amplitude instantânea da componente E_θ é dada pela equação (1.34). O leitor pode obter mais detalhes sobre como o campo de radiação pode ser desenhado à medida que o tempo passa, na referência bibliográfica [4].

Podemos ver heurísticamente como o processo de radiação evolui com o tempo se considerarmos o que acontece quando um dipolo curto é alimentado por um pulso de tensão. Se o comprimento do pulso for considerado curto em relação ao comprimento do dipolo, então quando a carga induzida pelo pulso é desacelerada, a radiação acontece nas extremidades do dipolo e uma linha fechada de campo elétrico se forma (Figura 1.8a). As cargas são então refletidas a partir das terminações abertas do dipolo voltando em direção ao centro do dipolo (Figura 1.8b). Nesta posição, à medida que as linhas de campo se ligam, um *loop* de campo é formado (Figura 1.8c). Durante este movimento de cargas, o *loop* de campo se expande no espaço. Conforme o processo se repete, este *loop* fechado se desprende no espaço (Figura 1.8d) e um novo *loop* se forma com sentido oposto.

Uma vez que o processo se estabiliza, ou seja, após vários *loops* serem formados e alguns *loops* fechados serem formados, a distância máxima entre os centros dos *loops* formados, na direção normal ao eixo da antena, é de meio comprimento de onda no espaço livre conforme determinado pela frequência da fonte usada para alimentar o sistema (Figura 1.7). Embora não discutido neste momento, uma explicação deste efeito baseada na análise do

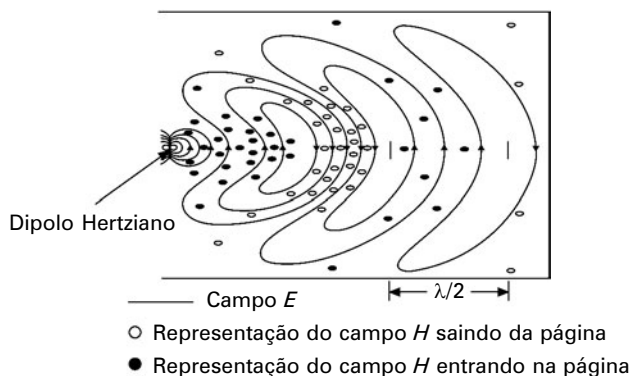


Figura 1.7 Campo de radiação de um dipolo Hertziano.

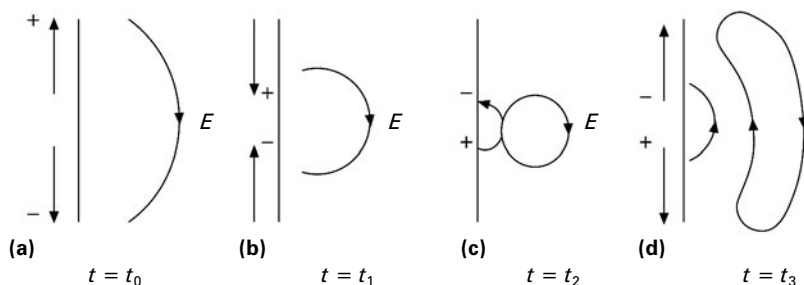


Figura 1.8 Dipolo curto conduzindo uma carga oscilante que se move sob a influência de um sinal senoidal de período T .

pulso no domínio do tempo ao longo dos braços de uma antena dipolo pode ser obtida diretamente da equação (1.33). Esta forma de conceituar o problema pode ser útil [7].

REFERÊNCIAS

- [1] Bray, J., *The Communications Miracle, The Telecommunication Pioneers from Morse to the Information Superhighway*, Plenum Press, 1995.
- [2] Feynman, R.P., Leighton, R.B. and Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics, Mainly Mechanics Radiation and Heat*, Addison-Wesley, 1963, Chapter 28.
- [3] Paul, C.R. and Nasar, S.A., *Introduction to Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, 1982, Chapter 4.
- [4] Jordan, E.C. and Balmain, K.G., *Electromagnetic Waves and Radiating Systems* (2nd edition), Prentice Hall, 1968, Chapter 14.
- [5] Karmel, P.L., Colef, G.D. and Camisa, R.L., *Introduction to Electromagnetic and Microwave Engineering*, Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, John Wiley & Sons, 1998, pp. 253-4 and 628-30.
- [6] Bennett, W.S., Basic sources of electric and magnetic fields newly examined, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 43, No. 1, 2001, pp. 31-5.
- [7] Cloude, S., *An Introduction to Electromagnetic Wave Propagation and Antennas*, UCL Press, 1995, pp. 43-5.

PROBLEMAS

- 1.1 Mostre que a radiação ocorre apenas a partir das contribuições das acelerações que são transversais à linha que une o ponto de observação P e a fonte de carga que é acelerada.
- 1.2 Descreva por que a radiação eletromagnética associada a uma corrente elétrica proveniente de uma fonte não é sentida imediatamente em um ponto de observação P distante.
- 1.3 Calcule o ângulo de feixe de meia potência para uma antena feita de fio retilíneo de comprimento 1,5 cm, operando em 1 GHz. O leitor pode considerar que a antena é alimentada no centro. Qual é a sua expectativa quanto ao tipo de reatância (indutiva ou capacitiva), vista a partir dos terminais alimentados?
- 1.4 Por que o campo eletromagnético que se fecha na antena, ou seja, para distâncias menores que $\lambda/2\pi$, é chamado de campo de indução? Quais são as propriedades essenciais dessas componentes eletromagnéticas do campo radiado total e como elas influenciam a impedância reativa apresentada pela antena nos terminais de alimentação? Qual é a rapidez com que essas componentes decaem quando o ponto de observação se distancia da antena?