O que é e para que serve a Matemática

JAIRO JOSÉ DA SILVA

O QUE É E PARA QUE SERVE A MATEMÁTICA

editora
unesp

Direitos de publicação reservados à:
Fundação Editora da UNESP (FEU)
Praça da Sé, 108
01001-900 – São Paulo – SP
Tel.: (0xx11) 3242-7171
Fax: (0xx11) 3242-7172
www.editoraunesp.com.br
www.livrariaunesp.com.br
atendimento.editora@unesp.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Elaborado por Odilio Hilario Moreira Junior – CRB-8/9949

S586q Silva, Jairo José da

O que é e para que serve a matemática / Jairo José da Silva. – São Paulo : Editora Unesp, 2022.

Inclui bibliografia.
ISBN: 978-65-5711-111-6

1. Matemática. I. Título.

CDD 512
2022-361 CDU 51

Índice para catálogo sistemático:

1. Matemática 512
2. Matemática 51

Editora afiliada:

Asociación de Editoriales Universitarias de América Latina y el Caribe

Associação Brasileira de Editoras Universitárias

A
J.W., pelos primeiros vinte anos,
e em memória do
doce e valente Uri.

Sumário

Introdução

A Matemática é uma ciência muito antiga, talvez a mais antiga que existe, mas nem sempre foi o que é hoje. Antes, nos seus primórdios, ela era mais uma tecnologia baseada em observações e induções do que uma ciência dedutiva, mais aplicada – em agrimensura, na vida prática, na Astronomia – que pura investigação teórica. Transformá-la de ciência aplicada em ciência pura foi obra dos gregos. Antes deles, um conjunto de regras práticas para medir comprimentos, áreas e volumes, calcular impostos e dividir heranças; com eles, uma ciência de formas espaciais perfeitas – idealizações das formas reais dos objetos espaciais – e números puros, ou seja, todas as possíveis especificações da noção de quantidade, pensadas simplesmente como coleções de unidades indiferenciadas, quaisquer coisas que se pode em princípio pensar coletivamente apenas como quantidade.

A mudança, apesar de radical sob muitos aspectos, preserva o interesse da Matemática na realidade e no mundo no qual vivemos. Se a remarcação de limites territoriais depois de enchentes deixa de ser o interesse primordial de "geômetras", o espaço abstrato e ideal da Geometria grega é ainda o espaço físico, real, da experiência espacial. A Geometria grega é ainda uma ciência empírica, seu objeto é ainda um aspecto da realidade; abstrato, porém, desvestido de todo conteúdo sensorial e idealizado, não mais acessível à percepção, apenas à intuição geométrica, que nada mais é do que uma idealização da percepção espacial, a percepção dos corpos no espaço, seus movimentos e das relações entre eles. O fundamento último dos axiomas sobre os quais Euclides erigiu o seu sistema de Geometria é a percepção do comportamento de corpos rígidos no espaço físico, corpos capazes de se deslocar pelo espaço sem alterar forma ou dimensões. O fato de que a ciência da Geometria propriamente dita se reduz à derivação das consequências necessárias desses axiomas não a torna uma ciência menos empírica, a ciência de um aspecto da realidade que, para fins investigativos, isto é, metodológicos, convém pensar como uma purificada idealidade transmundana.

A mudança de caráter da Geometria, de uma teoria prática do espaço físico para uma teoria pura do espaço geométrico que representa o espaço físico, mas que pode ser pensado independentemente dele, abre as portas para o exercício especulativo da imaginação. O fato de o espaço geométrico ser tridimensional não impede que imaginemos espaços com mais dimensões, que ele tenha uma estrutura métrica determinada – extraída precisamente da nossa experiência com corpos rígidos no espaço físico –, não impede que imaginemos outras, ou que consideremos apenas o espaço geométrico que subjaz a qualquer determinação métrica etc. Uma vez liberada a imaginação criadora, uma vez posto em ação o processo de variação imaginária, a Matemática deixa de ser uma ciência de estruturas abstraídas da realidade perceptual e frequentemente idealizadas para ser uma ciência de estruturas abstratas e possivelmente também idealizadas de mundos possíveis.

Isso não significa, porém, que a Matemática tenha abandonado completamente o seu envolvimento original com a realidade, pois pode ocorrer que uma forma de mundo possível já investigada pela Matemática se revele como forma de um aspecto até então desconhecido do mundo real, o que torna uma teoria matemática puramente especulativa imediatamente numa ciência empírica, ainda que restrita a aspectos abstratos e possivelmente idealizados de uma fatia da realidade.

Mas pode ser também que relações lógico-matemáticas puramente formais entre estruturas matemáticas instanciáveis em algum domínio de realidade e estruturas meramente possíveis imaginadas por matemáticos puros possibilitem a investigação daquelas por meio destas. Nesse caso, formas possíveis de mundos imaginários, ainda que não se realizem como formas de um mundo real, servem de instrumentos metodológicos para a investigação matemática do mundo real.

De qualquer modo, a Matemática, ainda que puramente especulativa, sempre serve para alguma coisa. Se bem que a imaginação matemática possa ser posta em ação por estímulos menos "utilitários" – de natureza estética, por exemplo –, ela estará sempre teleologicamente orientada a aplicações. Por isso, não creio que se possa refletir filosoficamente sobre a Matemática ou sobre a sua história desvinculando-a completamente da preocupação com o conhecimento *empírico*. Transformá-la em Lógica aplicada, numa coleção de jogos ou numa ciência de vivências mentais, como fazem certas filosofias tradicionais da Matemática, é distorcer o seu sentido historicamente manifesto, é fazer da Matemática algo que ela não é nem jamais foi.

Uma filosofia da Matemática cujo objetivo seja a compreensão da Matemática real não pode, portanto, prescindir da sua história, nem esquecer que a Matemática aspira à aplicação, quer como investigação *a priori* das formas com as quais a realidade pode em princípio se revestir, quer como dispensadora de instrumentos de investigação da estrutura formal idealizada da realidade. E, se queremos entender o que é a Matemática, quais são os seus objetos e que tipo de conhecimento ela é capaz de prover, o melhor meio, parece-me, é perguntar o que ela *deve* ser para que possa ser aplicada. Não se pode entender a natureza da Matemática sem entender como é possível que ela seja aplicável e por que meios.

Essa será a questão norteadora neste que é um livro de filosofia da Matemática. Meu objetivo é responder a duas questões intimamente ligadas: *O que é e para que serve a Matemática*? Ou melhor, o que a Matemática *tem* que ser *para que* possa ser aplicável na vida e na ciência? Diferentemente do meu livro anterior (Silva, 2007), que tinha por finalidade expor e discutir as tradicionais filosofias da Matemática, tanto as embutidas em sistemas filosóficos mais amplos quanto as de natureza fundacional oriundas da "crise dos fundamentos" de fins do século XIX, começo do século XX, e que era, portanto, um livro de natureza metafilosófica, *sobre* a filosofia da Matemática, este tem uma orientação menos expositiva e mais propositiva, menos desengajada e mais pessoal. As respostas que apresento aqui são as *minhas* respostas. As questões aqui tratadas dizem respeito, claro, à natureza do objeto e do conhecimento matemáticos (ontologia e epistemologia, respectivamente), que são questões clássicas de filosofia da Matemática, mas também, e *principalmente*, à aplicabilidade da Matemática na vida quotidiana e na ciência empírica (que por falta de melhor termo chamarei de *pragmática da Matemática*), às quais a tradição deu pouca atenção.

Três "escolas" tiveram especial destaque em *Filosofias da Matemática* (ibidem), o logicismo, o construtivismo e o formalismo, que juntas parecem esgotar as possibilidades de enquadramento filosófico da Matemática. Se me lanço à tarefa de percorrer um caminho já triplamente trilhado é porque, evidentemente, não acredito, primeiro, que não haja outras possibilidades de tratamento filosófico da Matemática nem, segundo, que as sendas já percorridas tenham levado a bom destino.

Os "*approaches*" tradicionais persistem porque contêm, todos, alguma verdade; nenhum se impõe porque nenhum contém toda a verdade. Por várias razões. Primeiro, porque estão ligados a projetos fundacionais mais interessados em submeter a Matemática a moldes filosóficos predeterminados do que em investigar a Matemática real sem pressupostos filosóficos norteadores. Em segundo lugar, porque cada escola promove o seu próprio recorte do campo matemático, realçando aqueles aspectos da atividade matemática que melhor servem aos seus propósitos. O logicismo tende a colocar o foco na Aritmética, cuja universalidade parece apontar na direção da Lógica; o construtivismo, em suas várias versões, a reduzir a Matemática aos seus aspectos intuitivos e o formalismo, a ignorar toda a Matemática pré-formal. A Matemática, porém, é muito mais do que Aritmética, seus objetos, conceitos e verdades não são sempre adequadamente intuíveis e a formalização é um estágio de refinamento de teorias matemáticas para fins metamatemáticos que não pode sequer ser erigida como ideal.[1] Em terceiro lugar, porque as escolas tradicionais ignoram a História, como se a Matemática fosse definida pela sua versão mais recente, sendo tudo o que veio antes apenas uma propedêutica sem interesse filosófico.

Há exceções. Uma delas, o célebre *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*, de Imre Lakatos (1978). Nesse livro, porém, a história contada é aquela consignada aos livros de História, a crônica de homens e suas descobertas cuja dinâmica impulsiona o desenvolvimento conceitual da Matemática. Mas há outra história, mais profunda e largamente ignorada, que me interessa mais, a história *transcendental* da Matemática. O termo altissonante esconde uma ideia simples, a saber, que a Matemática, seus objetos e teorias, tem uma *gênese intencional* no interior da comunidade que a produz numa sequência *necessária* de estágios que a história transcendental da Matemática tem por função desvelar.[2] Por gênese intencional entenda-se o processo pelo qual o *sujeito matemático* – nesse caso, a comunidade matemática historicamente manifesta – constitui, por uma série de *atos intencionais*, um objeto como objeto de consciência ou interesse matemático, prático ou teórico, ou, ainda, os movimentos de reposicionamento da consciência intencional – ou seja, a consciência do sujeito intencional – necessários para que o objeto de cuja gênese se trata passe a existir como objeto *para ela*. Ou, numa formulação mais sucinta, mas mais perigosa, o processo pelo qual o

1 O primeiro teorema de Gödel mostra que, em geral, teorias matemáticas não admitem formalização *completa*, isto é, que além de todo teorema demonstrado ser uma verdade da teoria, *toda* verdade da teoria é um teorema demonstrável.

2 O caráter de *necessidade* do processo merece explicação. Objetos matemáticos são sempre *abstratos*, ou seja, *ontologicamente dependentes* de outros objetos, reais ou abstratos, por isso não podem existir sem que esses outros objetos existam. Isso impõe uma ordem *necessária* na gênese dos objetos matemáticos.

sujeito matemático toma *consciência* (torna-se consciente) de objetos matemáticos.[3]

O sujeito matemático, por sua vez, não é um indivíduo precisamente localizável num ponto do espaço e do tempo, mas toda a *comunidade matemática* no sentido mais amplo possível, o conjunto de todos aqueles que de algum modo estiveram e estão envolvidos com a Matemática, quer como criadores, quer como usuários, todos os que falam a língua comum da Matemática e que são capazes de se comunicar uns com os outros através dela. A história transcendental da Matemática descreve o processo pelo qual o objeto matemático, com tudo o que lhe vai junto, contexto conceitual e estratégias de investigação, *aparece* ao sujeito matemático como foco de interesse prático e teórico. A crônica reportada nos livros de história da Matemática é um recorte dessa história segundo a óptica de *algum* historiador, a manifestação em eventos e sujeitos historicamente situados da história profunda da Matemática desde uma *certa* perspectiva.[4]

No que diz respeito especificamente à questão ontológica, logicismo, construtivismo e formalismo compartilham, acredito, uma inadequada concepção de existência. O platonismo, muitas vezes associado ao logicismo, o psicologismo, frequentemente companheiro do construtivismo, e o nominalismo, que muitas vezes faz dupla com o formalismo, têm todos como paradigma de existência a existência do objeto *natural*. Se o objeto matemático existe, pressupõe o *naturalismo* filosófico subjacente a essas ontologias, ele deve existir

3 O perigo dessa formulação reside na sua possível interpretação platonista, como se o objeto já existisse anteriormente à sua constituição intencional e o processo de constituição fosse apenas o modo pelo qual ele *se apresenta* ao sujeito. Eu não sou dessa opinião. Acredito que o objeto matemático *não existe* antes da sua constituição intencional pelo sujeito matemático como *objetivamente dado* a toda a comunidade matemática.

4 Para um tratamento mais rigoroso do conceito de história transcendental da Matemática, confira o excelente ensaio introdutório de Jacques Derrida (1962) à sua tradução de *L'Origine de la Géométrie* [A origem da Geometria], de Edmund Husserl.

de algum modo analogamente ao objeto natural: objetivamente aí, em si e por si, ou seja, independentemente do sujeito (platonismo) ou encastelado numa mente, existindo apenas em razão da atividade mental do sujeito, como ideia imanente à mente (psicologismo). Caso contrário, ele não existe (nominalismo).

Esse naturalismo recusa ao objeto matemático formas não naturais de existência numa afronta ao fato óbvio de que há outros modos de existir além daquele da natureza. Não há dúvida de que a *Nona sinfonia* de Beethoven existe, porém não independentemente de qualquer sujeito, já que só passou a existir quando foi composta por Beethoven. Entretanto, ela não persiste em existência em nenhuma partitura impressa *em particular*, em nenhuma memória *particular* deste ou daquele músico ou ouvinte, em nenhuma gravação *específica*, que ademais difere de outras em andamento, expressão, dinâmica e outras características musicais, ela não existe apenas quando executada em sala de concerto. Em todos esses casos a *Nona sinfonia* de Beethoven se *manifesta*, e raramente, se alguma vez, de modo absolutamente idêntico em todos os detalhes; o manuscrito original de Beethoven não é o mesmo objeto que a execução dirigida por Furtwängler em 1951 em Bayreuth.

Num certo sentido, todas essas coisas são e ao mesmo tempo não são a *Nona sinfonia* de Beethoven. Ela aparece nessas manifestações, mas reside além delas. A sinfonia, ela própria, é uma entidade abstrata, omnitemporal e aespacial, uma estrutura mais ou menos bem definida que existe acima e além das suas manifestações mundanas no espaço e no tempo. Ela é um objeto ideal. O objeto matemático tem mais a ver com a sinfonia que com essa mesa e essa cadeira que estão diante de mim e que existem no espaço e no tempo reais, ou as minhas sensações e emoções, que só existem na minha mente e no meu corpo.

Colocar a Matemática fora da cultura humana, fora da História, nesse lugar nenhum do platonismo ou, contrariamente, imergi-la na temporalidade de uma mente, ainda que idealizada, é colocar preconceitos filosóficos no caminho da compreensão da sua natureza e do seu papel na vida do homem e no seu entendimento da natureza.

Eu, porém, não mantenho aqui uma disposição agônica com relação às escolas tradicionais em filosofia da Matemática. Meu objetivo não é desautorizar pontos de vista discordantes, divergentes ou simplesmente diferentes, quero apenas conduzir a reflexão por outras vias, percorrer caminhos que me parecem mais promissores e mais atentos à Matemática real, entendida como um produto da cultura humana. Assim como produzimos artefatos, martelos ou obras de arte, para nos auxiliar no trato das nossas humanas necessidades, nós também produzimos Matemática e ciência para fins práticos, ainda que as possamos fazer por outros motivos, como a busca desinteressada de conhecimento. Mas as necessidades práticas vêm em primeiro lugar e a mais urgente é a preservação da vida, nossa e da nossa espécie prioritariamente. A finalidade precípua da ciência é ordenar e dar sentido à nossa experiência do mundo e fornecer instrumentos para a previsão de experiências futuras por meios mais eficientes que a simples indução baseada na experiência já vivida. Desde o começo da Idade Moderna, logo após o Renascimento, a Matemática se impôs como a ferramenta privilegiada da ciência física e isso certamente merece explicação. Este livro fornecerá uma.

Se a ciência também vale como uma explicação do mundo *para além* da experiência, de um mundo *transcendente* pressuposto pela experiência do mundo, é outra questão, que diz respeito mais à filosofia da ciência do que à filosofia da Matemática. Ela também estará, em alguma medida, presente nas minhas reflexões, mas minha preocupação mais básica é explicar como a Matemática, sendo o produto cultural que é, não uma dádiva dos deuses, pode desempenhar tão bem o papel que tem nas práticas e no conhecimento humanos, principalmente na ciência *empírica*. Para que minha resposta possa ser bem entendida, é importante deixar claro desde já que tomo como fato inconteste *apenas* que o objeto da ciência empírica é o *mundo empírico*, e que esse é o mundo da experiência *perceptual* vivida ou passível de ser vivida.

Apesar de não estar primariamente interessado em medir forças com perspectivas que considero mal orientadas, parciais e mais ou menos artificiais, irei, sempre que me parecer relevante, enfatizar as vantagens do meu *approach vis-à-vis* aqueles outros, logicista, construtivista e formalista, e as ontologias que os acompanham, realismo, nominalismo e psicologismo.

O que foi dito até agora sugere uma resposta a uma questão frequentemente levantada: afinal, a Matemática é descoberta ou inventada? A resposta curta é que a Matemática é, no plano pré-matemático, descoberta, mas no plano propriamente matemático, quase sempre inventada. A resposta longa admite mais nuances. Nossos sentidos e nossa mente trabalham juntos na feitura da Matemática, ainda quando se trata de meramente descobri-la, pois a descoberta de estruturas matemáticas e as verdades que lhe são próprias não é nunca uma experiência *passiva*. Objetos podem nos ser dados na *experiência* que não são eles próprios objetos matemáticos, mas que são *sugestivos* de objetos matemáticos; para que eles sejam transformados em objetos matemáticos propriamente ditos, a *consciência* deve ser convocada. Um objeto da experiência espacial, por exemplo, não tem *nunca* a forma da esfera ou do cilindro da Geometria. Os dados da experiência imediata precisam em geral ser burilados, aperfeiçoados num certo sentido, idealizados por *ação intencional da consciência* para tornarem-se objetos matemáticos de pleno direito, não mais suscetíveis de experiência perceptual. Dado um objeto no espaço da percepção, por exemplo, podemos *abstrair* dele a sua *forma* espacial, isto é, considerar essa forma *particular*, que é ela também um objeto *real*, ainda que *abstrato*, com a *mesma* localização espacial do objeto cuja forma ela é, como um objeto à parte. Essa forma não é ainda propriamente geométrica; para tanto, ela deve ser *idealizada*, isto é, *exatificada*. Por ação da *ideação*, podemos subsequentemente ascender ao *conceito* geométrico que corresponde à forma idealizada, exprimível este numa definição. Abstração, idealização, ideação são experiências *intencionais*, não meramente mentais. Seus objetos vivem no espaço *público* da comunidade matemática, não na interioridade da mente de sujeitos concretos. Referimo-nos a eles numa linguagem *pública*, cuja sintaxe e semântica são de domínio *público*, ainda que público signifique nesse contexto apenas a comunidade matemática, o sujeito matemático.

Os objetos da Geometria *física* (isto é, a representação geométrica do espaço físico da percepção) não existem *sub specie aeternitatis* num espaço geométrico descolado do espaço físico real, mas num espaço ideal *intencionalmente constituído* a partir do espaço real da experiência. Por isso, o espaço da Geometria física contém sempre *mais* do que a percepção é capaz de fornecer e, portanto, sempre cabe perguntar se a representação matemática do espaço real é uma representação *adequada*, considerando-se não apenas a experiência efetivamente vivida do espaço, mas toda a experiência (perceptual) espacial *possível*, capaz em princípio de ser vivida, ou ainda as conveniências da ciência física. Trataremos dessas questões quando abordarmos a constituição do espaço geométrico e da ciência da Geometria e o seu uso científico como exemplos tanto da gênese intencional da Matemática a partir da experiência perceptual quanto do uso da Matemática como contexto de representação e investigação de aspectos formais da realidade perceptual idealizada.

As tradicionais filosofias da Matemática, com poucas e limitadas exceções, ignoram, porém, o problema que considero central em qualquer investigação filosófica séria sobre ela, o da sua aplicabilidade, tanto na vida prática quanto nas ciências.

Posto em termos simples, o problema é este: como é possível que a Matemática, em grande parte uma criação de homens encerrados em gabinetes acadêmicos, seja tão relevante em nossas ciência e tecnologia a ponto de ser frequentemente impossível formular teorias sobre a natureza empírica sem ela? Para ficarmos num exemplo trivial, a Aritmética é a ciência dos números, e, sejam o que forem, números não são objetos reais do mundo físico. Como então é possível, e por que meios, usar a Aritmética no trato de problemas práticos e teóricos atinentes a esse mundo? O que têm os números e a ciência dos números a ver com o mundo real?

Números expressam quantidade – a quantidade discreta, expressa em números inteiros positivos, também ditos números naturais, 0, 1, 2 etc., ou a quantidade contínua, como distância, tempo ou massa, expressa por números reais, tanto racionais, 1/2, 3/5 etc., quanto irracionais, ou seja, aqueles que não podem ser escritos como uma razão entre inteiros, como, por exemplo, $\sqrt{2}$.[5]

Por definição, a raiz quadrada de um número real a é o número real x tal que $1/x = x/a$. É imediatamente óbvio que essa definição só faz sentido se a for positivo; se a for negativo, teremos uma inconsistência de sinais, seja x positivo ou negativo. Assim, só números positivos admitem raízes quadradas. Entretanto, por razões que esclarecerei mais tarde, algebristas italianos do século XVI introduziram por *fiat* o conceito de número imaginário, alargando de modo arbitrário e temerário o domínio numérico simplesmente postulando a existência de um número, denotado hoje pela letra i, tal que $i^2 = -1$, ou seja, $i = \sqrt{-1}$.[6] De resto, opera-se com i como se fosse um número real ordinário; por exemplo, $(1 + i)(2 + i) = 2 + 3i + i^2 = 2 + 3i + (-1) = 1 + 3i$.

Interessante e surpreendentemente, a invenção dos números imaginários se revelou extremamente útil. Primeiro para os algebristas que os criaram, tornando possível a resolução de equações algébricas do terceiro grau por radicais, ou seja, usando-se apenas as operações aritméticas usuais mais a extração de raízes. E depois para toda a Matemática e, ainda mais surpreendentemente, a Física. A equação de Schrödinger, por exemplo, que descreve a evolução temporal de sistemas quânticos, e mesmo as descrições de estados quânticos envolvem explicitamente números imaginários.

A questão então se põe: como uma invenção ousada que desafiava a lógica e o bom senso pôde ser capaz de fornecer o contexto ideal para uma das mais fundamentais teorias científicas?

Filósofos da Matemática tendem a achar que não lhes compete responder a essa pergunta, que seria da alçada dos filósofos

---

5 Uma demonstração bastante conhecida de que $\sqrt{2}$ é um número irracional, que veremos mais adiante, é atribuída a Euclides, no século III a. C.

6 Mais de dois séculos depois, Kant ainda afirmava, com pouca antevisão matemática, que essa postulação era um absurdo inaceitável (ver carta a A. W. Rehberg de 25 set. 1790 in Kant, 1986).

da ciência. Entretanto, respostas filosóficas sobre a natureza dos objetos matemáticos podem dificultar muito, ou, contrariamente, facilitar bastante a compreensão do aparente milagre que é a utilização de invenções matemáticas em ciência empírica. A resposta à questão sobre o que têm os números imaginários a ver com o mundo real depende, obviamente, da compreensão do que é um número imaginário, mas também de em que consiste, exatamente, o mundo real para a ciência. Como veremos, o mundo físico objeto da ciência moderna não é nem o mundo transcendente nem o mundo cru da percepção, mas uma elaboração *intencional* deste último *precipuamente orientada* a transformá-lo num domínio propriamente *matemático*.

É minha opinião também que a compreensão da utilidade e aplicabilidade da Matemática em ciências naturais vai de mãos dadas com a compreensão da aplicabilidade da Matemática na própria Matemática. Ao entender por que números imaginários podem nos ajudar a compreender melhor os números reais, nós entendemos também como eles podem nos auxiliar na compreensão da natureza. Isso porque, como dito há pouco, da perspectiva da ciência, a natureza é *já* um *constructo matemático*.

Crê-se de modo mais ou menos tácito que a Matemática nos auxilia na compreensão do mundo porque de algum modo o mundo é matemático. A afirmação de Galileu de que o livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos e quem não conhece essa língua não o pode ler é exaustivamente repetida como uma verdade incontestável que mais ou menos "explica" por que nossa ciência é matemática.

Mas há aqui vários problemas. Se a Matemática fosse toda ela extraída da natureza, seria natural que ela tivesse aplicação na descrição matemática da natureza. Mas não é o que ocorre. Como no caso dos números imaginários, a Matemática é quase sempre feita prestando muito pouca atenção ao mundo real.

Claro que muitas vezes problemas científicos induzem o desenvolvimento da Matemática, mas nem sempre. Outras vezes, até mais frequentemente, são questões internas à Matemática que produzem mais Matemática. Os números imaginários, por exemplo, foram